

מבוא להסתברות

© ארזים

28 בפברואר 2016

1 הקדמה

התאמה בין מושגים אינטואיטיביים למושגים מתמטיים:

מושג מתמטי	אינטואיציה
מרחב הסתברות	ניסוי
מרחב המדגם	תוצאות אפשריות לניסוי
איבר במרחב המדגם	תוצאה אחת
מאורע	אוסף תוצאות
משתנה מקרי	כמות מקרית
תוחלת	ממוצע
סטיית תקן (שונות)	מדד לפיזור

2 מרחב הסתברות

הגדרה 2.1 מרחב הסתברות הוא זוג (Ω, \mathbb{P}) , כאשר Ω היא קבוצה הנקראת מרחב המדגם, שבקורס שלנו היא סופית או בת מניה, וכאשר \mathbb{P} נקראת פונקציית ההסתברות, והיא פונקציה $\mathbb{P} : \Omega \rightarrow [0, 1]$ המקיימת

$$\sum_{\omega \in \Omega} \mathbb{P}(\omega) = 1$$

דוגמאות:

1. הטלת קובייה:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$\mathbb{P} : \left\{ \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6} \right\}$$

2. הטלת מטבע לא הוגן: סיכוי $\frac{1}{3}$ לעץ.

$$\Omega = \{h, t\}$$
$$\mathbb{P} : \left\{ \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \right\}$$

3. הטלת שני מטבעות לא הוגנים: בשניהם סיכוי $\frac{1}{3}$ לעץ.

$$\Omega = \{(t, t), (t, h), (h, t), (h, h)\}$$

$$\mathbb{P} : \left\{ \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9} \right\}$$

לחילופין:

$$\Omega = \{2t, 1t, 0t\}$$

$$\mathbb{P} : \left\{ \frac{1}{9}, \frac{4}{9}, \frac{4}{9} \right\}$$

4. הטלת מטבע לא הוגן עד קבלת עץ: שוב סיכוי $\frac{1}{3}$ לעץ.

$$\Omega = \{1, 2, 3, \dots, k, \dots\}$$

$$\mathbb{P} : \left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}, \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{3}, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^{k-1} \cdot \frac{1}{3}, \dots \right\}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{k-1} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 1$$

לחילופין, בדיוק כמו קודם אבל עם אינסוף:

$$\Omega = \{1, 2, 3, \dots, k, \dots\} \cup \{\infty\}$$

$$\mathbb{P} : \left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}, \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{3}, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^{k-1} \cdot \frac{1}{3}, \dots \right\} \cup \{0\}$$

5. הגרלת נקודה אחידה בקטע: ניקח את הקטע $[0, 1]$.

$$\Omega = [0, 1]$$

$$\mathbb{P}(\omega) = 0 \quad \forall \omega \in \Omega$$

בעייתי עם ההגדרה הנוכחית שלנו, לא מתעסקים בקורס שלנו. כנ"ל לגבי הרציונאליים, למרות שהם קבוצה בת מניה.